

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра фундаментальної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”
Декан факультету
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ

“29” серпня 2024 р.



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Диференціальна геометрія

рівень вищої освіти перший (бакалаврський) рівень

галузь знань 11 – Математика та статистика

спеціальність 113 – Прикладна математика

освітня програма «Прикладна математика»

спеціалізація _____

вид дисципліни обов'язкова

факультет математики і інформатики

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою факультету математики і інформатики

“27” серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

Горькавий Василь Олексійович, доктор фіз.-мат. наук, доцент, професор закладу вищої освіти кафедри фундаментальної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики
Протокол від “26” серпня 2024 року № 1

В. о. завідувача кафедри фундаментальної математики

Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом
освітньо-професійної програми «Прикладна математика»

Гарант освітньо-професійної програми «Прикладна математика»

Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ

Програму погоджено науково-методичною комісією
факультету математики і інформатики

Протокол від “27” серпня 2024 року № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики

Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Диференціальна геометрія» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавр спеціальності 113 – Прикладна математика

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни «Диференціальна геометрія» полягає в оволодінні основами диференціальної геометрії кривих та поверхонь у 3-вимірному евклідовому просторі.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни «Диференціальна геометрія» полягають у послідовному застосуванні методів математичного аналізу, лінійної алгебри та топології для вивчення геометричних властивостей кривих і поверхонь в тривимірному просторі.

1.2.1. Формування наступних інтегральної та загальних компетентностей

ІК01. Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми прикладної математики у професійній діяльності або у процесі навчання, що передбачає застосування математичних теорій та методів і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК06. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

1.2.2. Формування наступних фахових компетентностей

ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.

ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.

ФК17. Здатність розуміти математичні доведення, запропонувати оригінальні доведення, встановлювати їх правильність і отримувати висновки.

1.3. Кількість кредитів – 4

1.4. Загальна кількість годин – 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Обов'язкова	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	
Семестр	
4-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
У тому числі індивідуальні завдання	
14 год.	

1.6. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення даного курсу студент повинен знати:

- теоретичні основи і застосовувати методи аналітичної та диференціальної геометрії для розв'язування професійних задач (ПРН14.)
- визначення регулярної кривої і поверхні;
- визначення натурального параметру для кривої;
- визначення кривини і скриту кривої;
- основну теорему теорії кривих на площині і в просторі;
- визначення сферичного образу кривої і поверхні;
- визначення першої і другої фундаментальних форм для поверхні;
- визначення ізометрії та конформного відображення, критерії;
- визначення гаусової та середньої кривин поверхні;
- класифікацію точок регулярної поверхні за знаком гаусової кривини;
- класифікацію точок регулярної поверхні за знаком гаусової кривини;
- визначення нормальної кривини та головних кривин поверхні;
- визначення ліній кривини та асимптотичних ліній поверхні;
- визначення геодезичної кривини ліній і геодезичних кривих на поверхні;
- основну теорему теорії поверхонь в просторі.

уміти:

- розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями (ПРН10.)
- розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей (ПРН11);
- знайти кривину і крутіння кривої;
- знайти рівняння ребер і граней тригранника Френе;
- знайти довжину кривої на заданому проміжку;
- знайти параметричне рівняння плоскої кривої за її кривизною, радіусом кривизни та опорною функцією;
- знайти еволюту та евольвенту плоскої кривої;
- знайти першу та другу фундаментальні форми поверхні;
- знайти площу області на поверхні;
- знайти кут між кривими на поверхні;
- знайти гаусову і середню кривини поверхні;
- знайти нормальну кривини та головні кривини поверхні;
- знайти лінії кривини та асимптотичні лінії на поверхні
- знайти геодезичну кривини кривої на поверхні;
- знайти геодезичні лінії на поверхні

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні досягти таких програмних результатів навчання:

РН02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної та диференціальної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

РН21. Демонструвати розуміння загальних принципів побудови математичних теорій, основних понять логіки, уміти формулювати та доводити математичні твердження.

РН22. Уміти отримувати змістовні висновки, наводити та аналізувати приклади і контрприкладів, перевіряти і обґрунтовувати правильність застосованих міркувань і отриманих розв'язків.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Способи завдання кривих і поверхонь.

Тема 1. Способи завдання кривих

Параметризовані криві. неявно задані криві. Регулярні криві. Дотична пряма. Нормаль до плоскої кривої.

Тема 2. Способи завдання поверхонь

Параметризовані поверхні. неявно задані поверхні. Регулярні поверхні. Дотична площина. Нормаль до поверхні.

Розділ 2. Теорія кривих

Тема 1. Теорія плоских кривих

Основні положення теорії кривих. Поняття регулярної кривої. Натуральна параметризація. Кривина кривої. Формули Френе. Основна теорема теорії плоских кривих. Обвідна. Еволюта і евольвента плоскої кривої. Овали, теорема про 4 вершини овалу. Овали сталої ширини.

Тема 2. Теорія просторових кривих

Репер Френе та тригранник Френе. Кручення кривої. Формули Френе. Щільний дотик кривих і поверхонь. Щільно дотична площина та щільно дотична сфера. Основна теорема теорії кривих у E^3 . Індикатриса дотичних, повна кривина, нерівність Фенхеля-Борсука.

Розділ 3. Теорія поверхонь.

Тема 1. Перша фундаментальна форма поверхні

Поняття регулярної поверхні. Дотична площина поверхні. Перша фундаментальна форма поверхні. довжина кривої, кут між кривими, площа області на поверхні. Відображення поверхонь, Ізометрія, Конформні відображення.

Тема 2. Друга фундаментальна форма поверхні

Друга фундаментальна форма поверхні. Дотичний параболоїд поверхні. Сферичне відображення. Гаусова кривина поверхні. Нормальна кривина. Головні кривини і головні напрямки. Формули Родріга. Індикатриса Дюпена. Формула Ейлера. Цілком омбілічні поверхні. Лінії кривини. Асимптотичні лінії. Геодезична кривина кривої. Геодезичні лінії.

Тема 3. Основні рівняння теорії поверхонь

Дериваційні формули Гауса і Вейнгартена. Теорема Egregium Гауса. Рівняння Гауса і Кодацці. Теорема Бонне.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин												
	денна форма						заочна форма						
	усьо го	у тому числі					усьо го	у тому числі					
		л	п	лаб	інд.	с.р.		л	п	лаб	інд.	С.р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
Розділ 1. Способи завдання кривих і поверхонь													
Тема 1. Способи завдання кривих	12	2	2			8							
Тема 2. Способи завдання поверхонь	12	2	2			8							
Разом за розділом 1	24	4	4			16							
Розділ 2. Теорія кривих													
Тема 1. Теорія плоских кривих	22	6	6			10							

Тема 2. Теорія просторових кривих	16	4	4			8						
Разом за розділом 2	38	10	10			18						
Розділ 3. Теорія поверхонь												
Тема 1. Перша фундаментальна форма поверхні	20	6	6			8						
Тема 2. Друга фундаментальна форма поверхні	24	8	8			8						
Тема 3. Основні рівняння теорії поверхонь	14	4	4			6						
Разом за розділом 3	58	18	18			22						
Усього годин	120	32	32			56						

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Поняття регулярної кривої. Дотична пряма. Нормаль до плоскої кривої.	2
2	Параметризовані поверхні. Неявно задані поверхні. Регулярні поверхні. Дотична площина. Нормаль до поверхні	2
3	Натуральна параметризація. Кривина кривої. Формули Френе.	2
4	Основна теорема теорії плоских кривих	2
5	Обвідна. Еволюта і евольвента плоскої кривої	2
6	Репер Френе та тригранник Френе. Скрут кривої. Формули Френе.	2
7	Щільний дотик кривих і поверхонь. Щільнодотична площина та щільно дотична сфера.	1
8	<i>Контрольна робота з теорії кривих</i>	1
9	Поняття регулярної поверхні. Дотична площина поверхні. Перша фундаментальна форма поверхні. довжина кривої.	2
10	Кут між кривими, площа області на поверхні. Ізометрія. Конформні відображення.	2
11	Друга фундаментальна форма поверхні. Дотичний параболоїд поверхні. Нормальна кривина.	2
12	Головні кривини і головні напрямки. Лінії кривини. Асимптотичні лінії.	2
13	Дериваційні формули Вейнгартена. Сферичне відображення. Гаусова кривина поверхні.	2
14	Фундаментальні рівняння Гауса-Петерсона-Кодацці. Теорема Egregium Гауса. Основна теорема теорії поверхонь (теорема Бонне).	2
15	Геодезична кривина кривої. Геодезичні лінії. Півгеодезичні координати та їх застосування.	2
16	Формула Гауса-Бонне	2
17	Мінімальні поверхні	2

	<i>Разом</i>	32
--	--------------	----

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
<i>Виконання домашніх завдань з наступних тем:</i>		
1	Дотична пряма. Нормаль до плоскої кривої.	2
2	Регулярні поверхні. Дотична площина. Нормаль до поверхні.	2
3	Натуральна параметризація. Кривина кривої. Формули Френе.	2
4	Основна теорема теорії плоских кривих.	2
5	Обвідна. Еволюта і евольвента плоскої кривої.	2
6	Репер Френе. Кручення кривої. Формули Френе.	2
7	Щільний дотик кривих і поверхонь.	2
8	Перша фундаментальна форма поверхні. довжина кривої.	4
9	Кут між кривими, площа області на поверхні. Ізометрія.	2
10	Друга фундаментальна форма поверхні. Гаусова кривина поверхні.	4
11	Нормальна кривина. Головні кривини і головні напрямки	4
12	Індикатриса Дюпена. Формула Ейлера.	2
13	Лінії кривини. Асимптотичні лінії.	4
14	Геодезична кривина кривої. Геодезичні лінії	4
15	Дериваційні формули Гауса і Вейнгартена.	2
16	Теорема Egregium Гауса.	2
17	<i>Розрахунково-графічна робота з теорії кривих і поверхонь</i>	14
	<i>Разом</i>	56

6. Індивідуальні завдання

Розрахунково-графічна робота на тему «Теорія кривих і поверхонь».

7. Методи навчання

Лекційно-практичні, пояснювально-ілюстративні, репродуктивні, проблемного викладу, частково-пошукові.

8. Методи контролю

- облік відвідування аудиторних занять,
- перевірка виконання домашніх завдань,
- перевірка контрольної роботи, розрахунково-графічної роботи,
- перевірка залікової роботи.

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота							Залік	Сума			
Розділ 1		Розділ 2		Розділ 3					Контрольна робота	Розрахунково-графічна робота	Разом
T1	T2	T1	T2	T1	T2	T3					
5		5		5			20	25	60	40	100

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Поточний контроль: бали нараховуються за виконання домашніх завдань і активність під час практичних занять.

За контрольну, розрахунково-графічну роботи бали нараховуються таким чином:

- максимальний бал у разі правильної обґрунтованої відповіді;
- за незначні помилки оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків;
- за значні логічні помилки оцінка зменшується до 50 відсотків, якщо хід розв'язання в цілому правильний;
- у разі частково правильних міркувань за відсутності обґрунтованої відповіді виставляється до 30 відсотків від максимальної кількості балів;
- відповідь не відповідає жодному з критеріїв, які сформульовані вище, – виставляється 0 балів.

Залікова робота передбачає письмову відповідь на одне теоретичне питання і розв'язання типової практичної задачі зі списку, який надається студентам. Питання/задача включають теоретичний і практичний матеріал, який студенти вивчали протягом семестру. До кожного питання/задачі обов'язково наводити доведення, обґрунтування міркувань, пояснювальні приклади. Якщо теоретичний зміст питань не повністю розкритий або робота містить помилки, бал може бути знижений.

Шкала оцінювання: *дворівнева*

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
50-100	зараховано
1-49	не зараховано

10. Рекомендована література

Основна література

1. Борисенко О.А. Диференціальна геометрія і топологія. – Основа, 1995.
2. Пришляк О., Диференціальна геометрія : Курс лекцій. – К.: Видавничо поліграфічний центр "Київський університет", 2004. – 68 с.
3. Франовський А. Ц., Карплюк С. О. Диференціальна геометрія : Навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів. – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2013. – 188 с.
4. Ямпольський О. Диференціальна геометрія. Базовий курс. – Харків: ХНУ ім. В.Н.Каразіна, 2024.

Допоміжна література

1. Pogorelov A.V. Differential Geometry. P. Noordhoff, 1960
2. Do Carmo M., Differential Geometry of Curves and Surfaces. Prentice-Hall, New Jersey, 1976.
3. Banchoff Th., Lovett S. Differential Geometry of Curves and Surfaces. CRC Press, Boca Raton, 2010.

4. Aminov Y. *Differential Geometry and Topology of Curves*. Gordon and Breach Science Publishers, Amsterdam, 2000.
5. Alencar H., Santos W., Neto G.S. *Differential Geometry of Plane Curves*. Providence, Rhode Island: AMS, 2010.